

Übungsblatt 3

Aufgabe 3.1

Gegeben sei eine Instanz des Scheduling-Problems auf identischen Maschinen. Dabei sei die Maschinenzahl $m = 2$ und für einen gegebenen Schedule π bezeichne $L_i(\pi)$ die Ausführungszeit von Maschine i . Unser Ziel ist es, die maximale Ausführungszeit zu minimieren. Entscheiden Sie, ob es ein FPTAS für dieses Problem gibt und begründen Sie Ihre Entscheidung.

Aufgabe 3.2

Beweisen Sie unter der Voraussetzung $P \neq NP$: Wenn für ein Minimierungsproblem (bzw. Maximierungsproblem) Π bereits das zugehörige Entscheidungsproblem mit konstanter Kostenschranke k NP-schwer ist, dann kann kein Approximationsalgorithmus für Π einen konstanten Approximationsfaktor unterhalb von $\frac{k+1}{k}$ haben.

Aufgabe 3.3

Hersteller von Schwangerschaftstest werben gerne mit der Aussage „Zuverlässigkeit von über 99%“. Dies ist insoweit irreführend, als dass hier nicht zwischen den zwei möglichen Fehlern „Test positiv obwohl keine Schwangerschaft vorliegt“ sowie „Test negativ aber eine Schwangerschaft liegt vor“ unterschieden wird. Schenken Sie der Werbung Glauben und nehmen Sie für beide Fehler einen Wert von 0,01 an. Von allen Personen, die einen Schwangerschaftstest durchführen, sei ein Anteil $p \in (0, 1)$ tatsächlich schwanger. Zeigen Sie, dass Sie bei einem positiven Schwangerschaftstest nur dann wirklich mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99% schwanger sind, wenn $p \geq 0,5$.

Aufgabe 3.4

Für eine Menge S und ein Element v sei die symmetrische Differenz $S\Delta v$ definiert als $S \setminus \{v\}$ falls $v \in S$ und andernfalls $S\Delta v = S \cup \{v\}$. Folgender Algorithmus berechnet für einen ungewichteten Graphen einen Schnitt.

Algorithm 1 LocalImprovement

```
 $S := \emptyset.$   
while Es gibt  $v \in V$  mit  $w(S\Delta v) > w(S)$  do  
   $S := S\Delta v$   
end while  
return  $S$ 
```

Beweisen Sie, dass der Algorithmus LocalImprovement polynomielle Laufzeit hat und der so berechnete Schnitt eine 2-Approximation für das MaxCut-Problem liefert.