

Übungsblatt 7

Aufgabe 7.1

- (a) Wir betrachten das euklidische TSP. Zeigen Sie, dass in einer optimalen Tour keine Überschneidungen existieren.
- (b) Finden Sie ein Beispiel für das metrische TSP, für welches keine Darstellungen des Graphen in der zwei-dimensionalen Ebene existiert, sodass sich in einer optimalen Tour keine zwei Kanten überschneiden.

Aufgabe 7.2

Das metrische k -TSP sei wie folgt definiert: Für eine Metrik (V, d) finde k Kreise C_1, \dots, C_k in V , sodass jeder Punkt in V von mindestens einem Kreis besucht wird und die Gesamtstrecke der Kreise minimiert wird. Ist es möglich den Algorithmus von Christofides auf das metrische k -TSP zu übertragen?

Aufgabe 7.3

Als Zeichen seines guten Willens lässt ein Gefängnisdirektor an seinem Geburtstag die Insassen mit den Nummern 1 bis 100, die wegen geistiger Untätigkeit zu einer Woche Dauerarrest verurteilt wurden, zu sich bringen und schlägt ihnen folgendes Spiel vor: In einem Raum befinden sich 100 geschlossene Boxen, die jeweils eine der Zahlen 1 bis 100 enthalten. Diese wurden gemäß einer zufälligen Permutation von $1, \dots, 100$ den Boxen zugeordnet, wobei jede Permutation gleichwahrscheinlich war. Die Gefangenen sollen nun nacheinander den Raum betreten, je 50 Boxen öffnen, anschließend alle Boxen wieder verschließen und den Raum verlassen. Es dürfen nie zwei Gefangene gleichzeitig im Raum sein. Wenn jeder Insasse seine eigene Nummer gefunden hat, werden alle Insassen frühzeitig entlassen. Ansonsten muss jeder seinen Arrest absitzen.

Die Gefangenen dürfen sich, bevor der erste den Raum betritt, auf eine gemeinsame Strategie einigen. Anschließend dürfen keine Informationen mehr ausgetauscht werden. Geben Sie eine Strategie an, mit der die Gefangenen mit Wahrscheinlichkeit mindestens $1 - \ln 2 \approx 0.31$ freikommen.

Aufgabe 7.4

- (a) Geben Sie zu einem gegebenen Graphen $G = (V, E)$ ein ganzzahliges LP an, dessen optimale Lösung ein optimales Vertex Cover für G liefert.
- (b) Entwerfen Sie aus dem relaxierten LP einen 2-Approximationsalgorithmus für das Vertex-Cover-Problem. Beweisen Sie dessen Korrektheit.